

287. Fandiño Pinilla, M. I. (2018). Alcune osservazioni sulle proposte Invalsi di Matematica per la Scuola Primaria proposte nel maggio 2018. *La Vita Scolastica*, web magazine, 29 05 2019. ISSN: 0042-7349.  
<http://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/magazine/articoli/prove-invalsi-di-matematica/>  
<http://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/magazine/articoli/invalsi-matematica-classe-ii-commento-alle-prove-2018/>  
<http://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/magazine/articoli/invalsi-matematica-classe-v-commento-alle-prove-2018/>

## **Alcune osservazioni sulle proposte Invalsi di Matematica per la Scuola Primaria proposte nel maggio 2018**

Martha Isabel Fandiño Pinilla  
NRD, Università di Bologna

Sono oramai spente e non più significative le antiche critiche contro le prove Invalsi che, come dicevano anni fa alcuni docenti, proponevano prove «diverse da quelle cui gli studenti erano preparati». Adesso sappiamo benissimo che sì, che questa è infatti l'idea, quella di fare domande di matematica non stereotipate, non di routine, nelle quali l'uso della conoscenza matematica debba essere sollecitata con modalità critiche e analitiche e non attraverso il banale e dannoso ripetersi di stereotipi. Dunque, su questo punto non ci sono più discussioni.

Anzi, oggi sappiamo che le prove Invalsi vengono pensate ed elaborate da un gruppo di docenti esperti che conoscono almeno le basi della didattica della matematica e che quindi servono a verificare che lo studente non sia preda di quelle malevole e insidiose maglie che spesso rendono inutile l'apprendimento, come le misconcezioni, gli ostacoli, il contratto didattico [D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora]. Gli apprendimenti matematici, che pure avvengono in questi contesti, sono sterili, vuoti, contraddittori, di fatto controproducenti.

Se il nostro allievo risponde alle prove Invalsi in maniera accettabile (cioè secondo le attese o anche in modo sbagliato, ma sensato), abbiamo la consapevolezza del fatto che il suo apprendimento è efficace; se non risponde bene, riceviamo indicazioni su che cosa non ha funzionato, non tanto o non solo per quanto riguarda l'oggetto matematico in questione, ma forse anche relativamente al nostro modo di proporlo.

Di più, i temi oggetto delle prove Invalsi di matematica e le loro modalità di presentazione sono oggi riconosciuti come impliciti suggerimenti didattici.

*I temi.* (1) Per esempio, domina il problem solving, com'è giusto che sia; ma esso non coincide con il banale esercizio, proponendo invece situazioni problematiche nelle quali lo studente deve ragionare e non solo calcolare. Anzi, talvolta non deve nemmeno calcolare ma solo riflettere. (2) Vengono proposti (pochi ma significativi) problemi di probabilità e parecchi di statistica, temi una volta assenti nelle nostre scuole e oggi invece sempre più presenti.

*Le modalità.* (1) Vengono proposte attività nelle quali ci sono da analizzare figure geometriche non standard, intervenire su di esse, interpretare immagini di figure, schemi. D'altra parte, non sempre e non tutti i problemi della vita reale sono formulati a parole (scritte o orali), perché dovrebbero essere così quelli relativi alla matematica? (2) I cambi di registri semiotici sono continui in matematica, è bene allenarsi a dominarli. Sappiamo, dalla ricerca in didattica della matematica, che una delle difficoltà che incontrano gli studenti della scuola secondaria in matematica è il massiccio uso di diversi registri semiotici richiesti in aula; sembra davvero opportuno che, fin dalla scuola primaria, lo studente si abitui a veder rappresentata la matematica secondo diverse modalità, ovviamente adatte alla propria età.

Dunque, oltre che prove oggettive di valutazione (non tanto valutazione degli allievi o del singolo istituto scolastico, quanto del sistema scolastico nazionale nel suo complesso), queste prove sono diventate oggi anche degli impliciti suggerimenti didattici e, devo dire, mai tanto positivamente come quest'anno.

Ho esaminato le 24 prove date in seconda e le 35 date in quinta e per ciascuna ho scritto qualche brevissima nota, pensata precisamente nelle due direzioni appena dette. (Unitamente a qualche minima critica). Spero che queste mie elementari analisi possano servire a qualche collega a reinterpretare queste prove da un punto di vista diverso e più utile, come suggerimenti didattici. Quello di insegnamento/apprendimento è un processo di una difficoltà estrema, di una complessità enorme e qualsiasi suggerimento concreto, proposto da persone esperte, può essere di grande utilità.

Legenda.

A: aritmetica. TF: interpretare mettendo a confronto testo e figura. G: geometria. PS: Problem Solving. RF: relazioni e funzioni. DP: dati e previsioni.

## Seconda primaria

D1 Graffette. A. Ci si aspetta che il bambino veda (a colpo d'occhio) che si tratta di gruppetti di 3 graffette ciascuno e dunque non stia a contare tutte le graffette ma solo i gruppetti. Una volta fatto il calcolo mentale, deve saper approssimare.

D2. Progetto. TF. Si tratta di interpretare dapprima la descrizione di un progetto e la sua realizzazione, capire come funziona e poi, data una realizzazione, decidere di quale progetto essa è la realizzazione. Ci sono in gioco molti fattori simbolici e semiotici. Di certo si tratta di un bel suggerimento di attività didattica da proporre in aula.

D3. Schema statistico. TF. Si tratta di interpretare i valori delle componenti di un grafico dato, sulla base del suggerimento dei valori di base forniti. Forse andrebbe detto esplicitamente nel testo che ogni bambino deve/può frequentare UNA SOLA attività fra le tre proposte.

D4. Dividere una figura in due triangoli. TF, G. È necessario verificare che i due lati più corti del poligono sono sulla stessa retta. Non basta affidarsi al colpo d'occhio. Una bella attività da tener presente nella prassi didattica che rientra fra quelle che si chiamano " saper vedere in geometria", troppo poco sviluppata nelle classi italiane.

D5. La metà. TF. Si tratta di applicare l'idea di "metà" a una configurazione di immediata interpretazione, assai intuitiva.

D6. Sacchetti e frutta. TF, A. Si tratta di comprendere le descrizioni e considerarle come dati per interpretare la figura finale. Ottima attività da tener presente nella prassi scolare sulla risoluzione dei problemi, per evitare gli stereotipi tanto diffusi.

D7. Orario scolastico. TF, DP. Si tratta di interpretare un grafico nel quale sono forniti dei dati scritti. Ottimo suggerimento nel campo della risoluzione dei problemi.

D8. Assegnare i posti. TF. Si tratta di coordinare le informazioni date per via grafica con altre date per via scritta. Ottimo esercizio di controllo grafico-semantico, attività spesso dimentica nella nostra scuola primaria.

D9. Numeri nella scatola. TF, A. Vanno lette le richieste e confrontate con i numeri a disposizione. Ma mancano le risposte possibili, una delle quali dovrebbe essere: Nessun numero. E poi non è ben formulata la frase: «Collega i numeri che devi inserire nella scatola con una freccia». Sembra che i numeri debbano essere collegati fra loro (*Collega i numeri*) e invece le frecce, come quella che appare già e che parte da 10, va dal numero alla scatola, com'è giusto che sia. Bel suggerimento didattico con il quale si invita a proporre problemi la cui risposta è: Nessuno. Questo tipo di suggerimento didattico era presente nei Nuovi Programmi del 1985, ma poi è sparito.

D10. I posti in treno. PS. Molto utile far ragionare sul negativo invece che sempre sul positivo. Ma questa domanda è mal posta: «Quante persone sono scese in tutto dopo la prima fermata?». Che cosa significa "dopo la prima fermata"; visto che si sono effettuate due fermate in tutto, significa "alla seconda fermata"? O significa "alla prima fermata"? O significa che si deve trovare la somma dei passeggeri scesi alla prima e alla seconda fermata?

D11. Puzzle. Saper vedere in geometria. G. Ottimo suggerimento didattico.

D12. Secchielli. PS. Ottimo tipo di attività che presentano situazioni problematiche in modo non standard, evitando pericolosi stereotipi, così diffusi nelle nostre scuole. La figura totalmente iconica

è inutile, ma aiuta nella comprensione. [Sull'uso spontaneo dei disegni nel corso della risoluzione dei problemi si veda: D'Amore B. (1995). Uso spontaneo del disegno nella risoluzione di problemi di matematica. *La matematica e la sua didattica*, 9(3), 328-370. In questa ricerca è messa in evidenza anche la funzione di appoggio alla risoluzione dei disegni iconici].

D13. Grafico dei compleanni. TF. Ottima proposta didattica da proporre in aula, per coordinare informazioni espresse con tipologie diverse. Non è chiarissima la prima affermazione: «Alessandra vuole costruire un grafico con tutti i compleanni dei compagni di classe». Andrebbe detto che Alessandra costruisce un grafico dei mesi, mettendo in evidenza i compleanni che cadono in ciascun mese. È vero che ciò si capisce nel seguito, ma è meglio essere precisi per evitare incomprensioni.

D14. Uova e torte. PS. Ottima situazione problematica reale, che non si risolve nei soliti modi stereotipati. Il testo si presta a una bella discussione in aula. Favorire sempre attività di questo genere.

D15. Semiretta dei numeri naturali. A. Suggerimento di un'ottima esercitazione su questo strumento non sempre utilizzato a proposito.

D16. Differenza di età. PS. Ottima situazione reale problematica; tipologia di esercizi da diffondere e favorire, perché mettono a confronto la logica del problema con fatti di realtà sociale.

D17. Decine e centinaia. A. Suggerimento di un'ottima riflessione sul sistema posizionale che sfugge alle solite banalità.

D18. Euro. PS. Ottima situazione reale con dati monetari sotto forma di immagine. Situazione problematica non standard, non banale. Suggerimento di attività concreta.

D19. Foglio tagliato. G. Bella idea, un "saper vedere in geometria" piuttosto complesso che apre la strada a una verifica empirica, troppo spesso dimenticata in aula. Ma non è chiara la situazione; quando si piega il foglio in due parti sovrapposte e si ottiene una coppia di fogli rettangolari sovrapposti, la piegatura è necessariamente il lato lungo di sinistra del rettangolo? Avrebbe potuto essere marcata la retta di piegatura, per esempio colorandola in rosso ... Ma se un bambino immagina che la piegatura sia a destra, si ottiene tutt'altra risposta. Si potrebbe sfruttare questa attività per fare, ripetiamo, studi empirici che fanno bene all'apprendimento della geometria.

D20. Omotetia. G. Suggerimento di una bella attività, non banalissima perché bisogna dare per scontate le proprietà delle omotetie (le quali, però, sono così naturali che si può rischiare). Anzi, proprio grazie a questo tipo di attività, il bambino da solo scopre queste proprietà geometriche. Il termine tecnico "omotetia" è qui usato dato che mi sto rivolgendo a docenti adulti; con il bambino si può evitare e parlare di "ingrandimento" o di "rimpicciolimento". Non sempre è utile usare parole tecniche con i bambini.

D21. Grafico. TF. Si suggerisce un'ottima attività che permette di coordinare un'informazione data in modo esclusivamente grafico con delle interpretazioni richieste a parole.

D22. Lunghezza di un segmento. TF. Ottimo esercizio sulla misura di lunghezze che esce dallo standard un po' stereotipato che si trova sempre a questo proposito. Intelligenti le tre scelte proposte. La scelta da parte del bambino della risposta "10", che pure sarà presente, suggerisce una mancata interpretazione del segno del segmento fatto a matita.

D23. Prezzi. PS. Ottimo esercizio sull'uso di valori numerici in contesti empirici. Situazione problematica non stereotipata. Le immagini assolutamente iconiche non servono a risolvere il problema, ma aiutano a contestualizzare la situazione. (Vedi sopra).

D24. Calcolo delle età. PS. Ottima proposta didattica per coordinare dati e senso delle domande.

## **Quinta primaria**

D1. Simmetria. G. Si tratta di disegnare la simmetrica di una figura data, rispetto a un asse di simmetria dato. Il foglio quadrettato e la posizione dell'asse dovrebbero aiutare.

D2. Logica e numeri. A. Si tratta di seguire le condizioni date per la scrittura di un numerale. Bel suggerimento didattico su logica e aritmetica.

D3. Schemi e grafici. TF, PS. Si tratta di rispondere a domande che richiedono l'interpretazione di un grafico abbastanza elementare nel quale vengono messe a confronto situazioni diverse. Un bell'esempio da seguire nella prassi didattica.

D4. Operazioni. A. Il bambino deve interpretare le scritture aritmetiche scritte in una forma non standard, nelle quali cioè non deve cercare il risultato, come sempre capita, ma alcuni operandi. Si tratta di un'attività da incoraggiare per far acquisire il pieno dominio delle operazioni.

D5. Disegno di una figura sotto condizioni richieste. TF, G. Il bambino deve capire bene la situazione sulla base del disegno e delle condizioni descritte. E poi eseguire la prova, tenendo conto della richiesta.

D6. Numeri con la virgola. A. Non banale esercizio nel quale si deve decodificare la domanda. Si tratta di un'attività assai utile per impadronirsi dei meccanismi delle scritture dei numeri con la virgola.

D7. Figure e frazioni. G, A. Attività abbastanza usuale, facilitata dalla presenza della suddivisione della figura in unità frazionarie già predisposte. Ma la figura di partenza non è standard, il che rende interessante la prova.

D8. Pianta di una camera. TF, RF. Compito vicino alla realtà, di interesse didattico, da suggerire in aula. Si può lavorare in gruppi, creando le piante di vari spazi, l'aula, il corridoio, la palestra, la presidenza ...

D9. Logica applicata alle operazioni aritmetiche. A. Bell'esercizio da sviluppare in aula. Non del tutto limpido il testo, ma tutto sommato comprensibile. Insidia: si deve sapere che 1 è un numero dispari.

D10. Interpretare un grafico. DP. Interpretazione immediata di un grafico nel quale si mostra lo stesso fenomeno in due situazioni distinte. Favorire l'introduzione di elementi di statistica descrittiva nella scuola primaria.

D11. Piano cartesiano. G. La prima domanda dovrebbe essere di routine, se i bambini hanno trattato questo tema. Ma la seconda non è banale in quanto si tratta di immaginare la figura richiesta prima che essa sia costruita; anzi, proprio per poterla costruire. Sappiamo che la denominazione dei punti attraverso lettere alfabetiche può causare difficoltà. Si tratta di una bella spinta didattica a trattare sempre più e sempre meglio il tema del saper vedere in geometria,

D12. Confronto di situazioni. PS, A, RF. Confronto non banale di situazioni complicate anche dal fatto che appaiono numeri con la virgola. Non so quanti bambini di quinta primaria sanno dividere due numeri, quando il divisore è un numero con la virgola. L'implicito suggerimento dato nel testo fornito agli insegnanti non mi sembra che risolva la situazione. Invece di eseguire  $6:1,5$  si suggerisce  $(6:3) \times 2$ .

D13. Monete straniere. PS, A. Sono del tutto favorevole a proporre situazioni problematiche reali di questo genere, che attraggono i bambini e che costringono non solo a ragionare, ma a usare l'aritmetica in modo significativo e intelligente.

D14. Grafici statistici. DP, A. Uso concreto di percentuali. Passaggio da una rappresentazione grafica a un'altra semioticamente equivalente; ottima strategia didattica per affinare lo spirito critico e costruttivo.

D15. Disegno geometrico. TF, G. Interpretazione di un disegno e intervento grafico su di esso. Mi sembra esercizio assai più facile del D4 dato in seconda. Ottimo spunto per attività sempre più diffuse di geometria di questo tipo.

D16. Approssimazione. A. Implicito suggerimento didattico: diffondere sempre più intelligenti attività sull'approssimazione, tema troppo trascurato nella nostra scuola primaria e invece assai utile nella vita di tutti i giorni.

D17. Problem solving, logica e numeri. TF, PS, DP, A. Bella proposta nella quale le immagini hanno un senso e forniscono dati importanti dei quali tener conto. Magari nella scuola primaria ci fossero molti problemi proposti in questa forma! La proposta stuzzica la riflessione e la fantasia.

D18. Probabilità. DP. Suggerimento implicito del tutto condivisibile: aumentare le attività sulla probabilità nella scuola primaria, troppo spesso dimenticate nella prassi scolare. Si tratta invece di temi che alimentano il ragionamento e che si prestano a studiare e risolvere belle situazioni.

D19. Interpretare una situazione reale. PS, A. Nel testo si dà per scontato che i bambini capiscano che quel dato “per chilogrammo” si riferisca al peso della bambina protagonista della storia. Ma quasi mai, nella realtà, questa situazione si presenta. Potrebbe esserci incomprensione da parte del lettore che si basa su situazioni di vita reale vissute.

D20. Tessere, mosaico e figure. G. Spero che questo implicito suggerimento didattico porti a sviluppare attività concrete di questo tipo in laboratorio o in aula. Si sviluppa enormemente il “saper vedere in geometria”, tema di base della competenza in geometria.

D21. Misure. Misure e A. Situazione problematica piuttosto complessa, visto che i dati proposti riguardano ml da trasformare in l, il che non è banale. Interessante il fatto che all’equivalenza necessaria viene dato uno scopo e non sia solo una vuota esercitazione. Nel problema è anche coinvolta qualche misura di tempo.

D22. Immagine che fornisce dati. TP, PS, DP. Attività problematica abbastanza diffusa per risolvere la quale è necessario interpretare le immagini fornite. Sarebbe molto opportuno che fossero i bambini stessi, in piccoli gruppi, a ideare situazioni problematiche analoghe da proporre ai propri compagni o ad altre classi.

D23. Misurare figure date. G. Bisogna accertarsi, con misurazioni appropriate, delle misure dei singoli lati di questa figura a forma di T, altrimenti non si può rispondere. Dunque, al “saper vedere in geometria” bisogna associare la capacità di compiere misurazioni appropriate, dando loro un senso.

D24. Probabilità. TP, DP. Elementi di base della probabilità. Siccome in questo dominio non sempre il buon senso prevale, sapranno rispondere solo i bambini che hanno avuto la fortuna di svolgere attività didattiche esplicite in questo campo. Suggerisco ancora che sempre più si diffonda questo studio nella scuola primaria.

D25. Numeri. A. Si tratta di porre un numero scritto sotto forma di frazione sulla retta numerica dei razionali. Suggerisco di fare tante esercitazioni di questo tipo, non bastano mai. Lo studente che giunge nella scuola secondaria con competenza in questo campo avrà notevoli vantaggi.

D26. Interpretazione di uno strumento di misura. DP, A. Si parla spesso della necessità di proporre ai bambini delle situazioni problematiche vicine al campo della realtà. Ora, nella realtà, gli strumenti di misura non sono così banali e chiari come si trovano rappresentati nella scuola primaria, spesso bisogna interpretarli. La bilancia qui proposta, per esempio, è un’ottima scelta, perché la misura indicata dall’ago non può essere interpretata in modo preciso, ma solo approssimato. Questo fatto apre discussioni molto interessanti all’interno della classe.

D27. Numeri con la virgola. A. Passaggio dalla scrittura frazionaria a quella con la virgola. Questo tipo di esercitazioni non bastano mai. Ho visto ragazzi di scuola superiore in grave difficoltà in questo passaggio semiotico.

D28. Grafici statistici. FT, DP. Non si tratta solo di interpretare, ma anche di intervenire, operando sui dati per immaginare un dato statistico mancante. Può darsi che dia qualche grattacapo agli studenti, ma è un bell’invito a lavorare in statistica descrittiva non solo in senso interpretativo, ma anche attivo.

D29. Dati sotto forma di numeri naturali e di frazioni. A. Esercizio classico, da sviluppare e da favorire in aula.

D30. Linea del tempo (numeri interi negativi). DP, A. Dicono i colleghi che si occupano di didattica della storia che interpretare e usare la linea del tempo si rivela, per gli studenti, non solo della primaria, un’attività molto complessa. È per questo che vedo di buon occhio attività di questo genere. Anche se forse, per mancanza di abitudine, questo quesito si rivelerà complesso agli occhi dei bambini. Una difficoltà è certo legata al fatto che si deve operare su numeri interi negativi. [In quanto all’errore di storia che appare fra i dati, è scappata una consonante in più ... Succede!

Questo comporta un errore di 437 anni: nuovo esercizio per i bambini ... E ottima occasione per tornare alla storia di Roma].

D31. Numeri. PS, A. Esercizio classico nel quale si richiedono operazioni che coinvolgono numeri con la virgola.

D32. Grafico statistico. DP. Si tratta di interpretare i dati riportati su un normale grafico di andamento demografico e rispondere a domande opportune, non tutte banali.

D33. Divisibilità. A. Proposta di analisi relativa a questioni aventi a che fare con la divisibilità. Attività molto utile per il passaggio alla scuola secondaria.

D34. Geometria applicata a una situazione reale. TF, G. Si tratta di interpretare un'immagine reale facendo uso di conoscenze teoriche di tipo geometrico. Esercitazioni di questo genere, nelle quali la geometria si riscontra nella realtà, sono di straordinaria utilità, nella direzione auspicata della creazione di competenze.

D35. Misura del tempo e operazioni su di essa. A. Tipo di attività sulla quale è bene insistere sempre più. L'aritmetica del tempo non coincide sempre con quella classica dato che il suo sistema numerico di base non è decimale. Dunque c'è la necessità di attenzioni specifiche non sempre presenti in maniera sufficiente in aula.